

## Ejercicio 4

**T** |-  $(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

1) $(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r)$	Supuesto
2) p	Supuesto
3) $p \rightarrow q$	E & (1)
4) $q \rightarrow r$	E & (1)
5) q	E $\rightarrow$ (2,3)
6) r	E $\rightarrow$ (4,5)
7) $p \rightarrow r$	I $\rightarrow$ (2-6)
8) $((p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$	I $\rightarrow$ (1-7)

## Ejercicio 6

**T** |-  $(p \rightarrow \neg q) \& \neg(r \& \neg p) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$

1) $(p \rightarrow \neg q) \& \neg(r \& \neg p)$	Supuesto
2) $p \rightarrow \neg q$	E & (1)
3) $\neg(r \& \neg p)$	E & (1)
4) q	Supuesto
5) $\neg p$	MT (2,4)
6) $\neg r \vee p$	Morgan (3)
7) $\neg r$	Corte (5,6)
8) $q \rightarrow \neg r$	I $\rightarrow$ (4-7)
9) $(p \rightarrow \neg q) \& \neg(r \& \neg p) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$	I $\rightarrow$ (1-8)

## Ejercicio 8

$[p \rightarrow q] \vdash p \vee r \rightarrow q \vee r$

1) $p \rightarrow q$	Premisa
2) $\neg(p \vee r \rightarrow q \vee r)$	Supuesto
3) $\neg(\neg(q \vee r) \vee (p \vee r))$	Definición $\rightarrow$
4) $(q \vee r) \& \neg(p \vee r)$	Morgan (3)
5) $\neg(p \vee r)$	E & (4)
6) $\neg p \& \neg r$	Morgan (5)
7) $\neg p$	E & (6)
8) $\neg r$	E & (6)
9) $q \vee r$	E & (4)
10) $q$	Corte (8,9)
11) $q \& \neg p$	I & (7,10)
12) $\neg(\neg q \vee p)$	Morgan (11)
13) $\neg(p \rightarrow q)$	Definición $\rightarrow$ (12)
14) $(p \rightarrow q) \& \neg(p \rightarrow q)$	I & (1,13)
15) $\neg(p \vee r \rightarrow q \vee r) \rightarrow ((p \rightarrow q) \& \neg(p \rightarrow q))$	I $\rightarrow$ (2-14)
16) $\neg\neg(p \vee r \rightarrow q \vee r)$	I $\neg$ (15)
17) $p \vee r \rightarrow q \vee r$	E $\neg$ (16)

## Ejercicio 10

$[p \vee (q \rightarrow r) \rightarrow q, p] \vdash q$

1) $p$	Premisa
2) $p \vee (q \rightarrow r) \rightarrow q$	Premisa
3) $\neg q$	Supuesto
4) $\neg(p \vee (q \rightarrow r))$	MT (2,3)
5) $\neg p \& \neg(q \rightarrow r)$	Morgan(4)
6) $\neg p$	E & (5)
7) $p \& \neg p$	I & (1,6)
8) $\neg q \rightarrow p \& \neg p$	I $\rightarrow$ (3-7)
9) $\neg\neg q$	I $\neg$ (8)
10) $q$	E $\neg$ (9)